

Materiály vybavené mikrostrukturou

Petr Vašík

Ústav matematiky, Vysoké učení technické v Brně,
Technická 2, 616 69 Brno, Czech Republic
e-mail: vasik@fme.vutbr.cz

A-Math-Net Síť pro transfer znalostí v aplikované matematice

CZ.1.07/2.4.00/17.0100



EVROPSKÁ UNIE



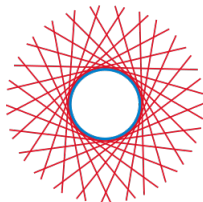
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- 1 **Bandly**
- 2 **Cosserat medium**
- 3 **Materiál s mikrostrukturou**

Tečný bandl



Tečný bandl

- hladká varieta dimenze n je topologický prostor lokálně difeomorfní \mathbb{R}^n
- tečný bandl je disjunktní sjednocení tečných prostorů v jednotlivých bodech hladké variety, tedy

$$TM = \bigsqcup_{x \in M} T_x M = \bigcup_{x \in M} \{x\} \times T_x M,$$

kde $T_x M$ je tečný fibr

- vektorové pole je řez tečného bandlu

Frame bandl

- frame bandl je hlavní bandl asociovaný k vektorovému bandlu (např. tečnému)
- fibrem jsou báze tečného prostoru
- obecně akce grupy $GL(m, \mathbb{R})$, v našem případě lze použít $SO(m, \mathbb{R})$, funguje jako matice přechodu
- pro popis polohy je třeba zvolit referenční bázi - gauge
- popis rotace pomocí prvků $SO(m, \mathbb{R})$
- příklad použití: padající kočka

Cosserat medium

- *materiálové těleso* \mathcal{B} je třídímní hladká varieta, na které lze definovat globální souřadnou mapu
- *konfigurace* κ je vložení \mathcal{B} do třídímního Eukleidova prostoru:

$$\kappa : \mathcal{B} \rightarrow \mathbb{E}^3$$

- *Cosserat těleso* je frame bandl $F\mathcal{B}$ materiálového tělesa \mathcal{B}
- báze reprezentuje makromedium, fibry reprezentují mikromedium

Cosserat medium

Konfigurace pak bude fibry zachovávající zobrazení $K : F\mathcal{B} \rightarrow FE^3$,
tj. takové zobrazení, že následující diagram komutuje:

$$\begin{array}{ccc} F\mathcal{B} & \xrightarrow{K} & FE^3 \\ \pi_B \downarrow & & \downarrow \pi_E \\ \mathcal{B} & \xrightarrow{\kappa} & \mathbb{R}^3 \end{array}$$

Materiál s mikrostrukturou

- **libovolné** k, l a h : případ mikromorfního media (později neholonomní Cosserat medium). Elastická energie je vyjádřena rovnicí

$$W = \frac{1}{2} \sum_i [(k - h)(u_{i+1} - u_i)^2 + l(v_i - u_i)^2 + h(v_{i+1} - v_i)^2]$$

Materiál s mikrostrukturou

- $h = 0$: případ makromedia prvního řádu nesoucí mikromedium řádu nula
- $l \rightarrow \infty$: nutně $u_i = v_i$ pro všechna i . Vliv mikromedia je nulový. Elastická energie je vyjádřena rovnicí

$$W = \frac{1}{2} \sum_i k(u_{i+1} - u_i)^2$$

Jedná se o elastický materiál prvního řádu.

V jednodimenzionálním případě jde o supertekuté materiály.

Materiál s mikrostrukturou

- $l = 0$: systém není souvislý, proto se horní částice připojí ke středům odpovídajících dolních pružin. Tím vzniká vazba taková, že dolní vazba (nyní jich je dvojnásobné množství) je mezi každou částicí a horní mezi každou druhou, tzv. materiál druhého řádu
- $k \rightarrow \infty$: případ tzv. pevného makromedia
- $k = 0$: odpovídá inkohherentní struktuře, kde míra elasticity je dána pouze vlastnostmi mikromedia